2Г

УДК 519.246.8:551.583.13

П.М. Грицюк
Національний університет водного господарства та природокористування,
м. Рівне, Україна
gritsukp@ukr.net

Комплексний аналіз динаміки сонячної активності

Проведений комплексний аналіз часового ряду усереднених місячних значень сонячної активності, який включає гармонічний аналіз, R/S-аналіз, аналіз методами хаотичної динаміки та оптимізоване фільтрування з використанням дискретного перетворення Фур'є. В результаті була виділена детермінована складова ряду у вигляді полігармонічної моделі.

Вступ

У зв'язку із глобальним потеплінням дослідження змін клімату та спроби їх прогнозування є найважливішою задачею, яка стоїть перед людством. Одним з головних факторів, які впливають на систематичні зміни погоди і клімату, є зміни сонячної активності [1]. Наша робота присвячена аналізу динаміки сонячної активності, вираженої через ряд чисел Вольфа за період 1750 – 2006 рр. [2]. Цей ряд містить 3084 числа (257 років × 12 місяців), які є усередненими місячними значеннями сонячної активності. Найважливішим і поки що невирішеним питанням є питання про характер спостережуваної динаміки сонячної активності. Перший варіант – детермінована поведінка в рамках нелінійної (хаотичної) динаміки. Другий варіант – стохастична поведінка згідно з моделями теорії випадкових процесів. Недавні дослідження, проведені в рамках нелінійних динамічних систем [3], [4], дають ряд доказів присутності низькорозмірної хаотичної поведінки системи сонячної активності. Проте не можна вважати ці докази остаточними, оскільки немає універсального методу, який би надійно розділяв частотний спектр на кольоровий шум і приховані динамічні процеси. Нами запропонована нова методика дослідження часового ряду сонячної активності, яка включає фільтрування з використанням дискретного перетворення Фур'є у поєднанні з R/S-аналізом та гармонічним аналізом часового ряду.

R/S-аналіз часових рядів

Одним із потужних методів дослідження довготермінової пам'яті у часових рядах та з'ясування ступеня їх детермінованості є R/S-аналіз (R – розмах, S – стандартне відхилення). Метод не використовує жодних гіпотез про вигляд функції розподілу. Запропонований Херстом алгоритм R/S-аналізу [5] обчислює середнє значення показника Херста $H \in (0,1)$. Якщо показник H приблизно дорівнює 0,5 – це свідчить про те, що ряд описує випадкове блукання. Якщо $0,5 \le H \le 1$ – ряд є додатнокорельованим, або ж трендостійким. Чим більшим є показник Херста, тим кращою є трендостійкість часового ряду і тим більше підстав для його надійного прогнозування. Якщо виходити з гіпотези про адитивну модель ряду у вигляді «детермінована складова» + «шум», то буде логічним використовувати показник Херста як індикатор співвідношення

«сигнал-шум». Проведені нами розрахунки показника Херста для ряду середньомісячних даних сонячної активності дали значення $H = 0{,}77.$ Таке значення H є доказом присутності ефекту довготермінової пам'яті і помітного ступеня детермінованості системи.

Гармонічний аналіз ряду сонячної активності

Циклічність може служити ознакою прихованої динаміки процесу. У випадку сонячної активності загальновизнаним є 11-річний цикл. Періодограма, побудована в середовищі STATISTICA, вказує також на наявність циклів з періодами 10 і 100 років. Комбінований метод найменших квадратів та повного перебору [6] дозволяє побудувати набагато більш точну періодограму ряду середньомісячних значень сонячної активності. Цей метод дозволяє послідовно виділити цикли, які є найбільш характерними для даної динамічної системи (гармоніки з найбільшими амплітудами). У загальному вигляді феноменологічна полігармонічна модель часового ряду сонячної активності має вигляд (m – кількість гармонік)

$$x_t^* = b_1 + \sum_{i=1}^{m} a_i \sin(\omega_i t + \varphi_i). \tag{1}$$

Тут x_t^* – модельне значення сонячної активності, b_1 – середнє значення сонячної активності за період спостережень, a_i – амплітуда i-ої гармоніки, ω_i – циклічна частота, φ_i – фаза коливань, t – час. Значення параметрів i-ої гармоніки ($i = 1, 2, 3, \ldots$) послідовно визначалися з умови мінімуму функціоналу похибки моделі

$$\Psi = \sum_{t=0}^{T\max} (x_t - a_i \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i) - b_i)^2 \to \min. \tag{2}$$

Тут X_t – фактичні значення сонячної активності; $x_t = X_t - x^*_t$, x^*_t є сумою попередніх $i-1$ гармонік. Зауважимо, що $b_i = 0$ при $i > 1$, але, внаслідок похибки обчислювальної схеми, ці параметри можуть приймати значення, які дещо відрізняються від нуля. Результати гармонічного аналізу динаміки сонячної активності наведені у табл. 1. Аналіз амплітуд гармонік вказує на те, що основними є перші три гармоніки.

Таблиця 1 – Гармонічний аналіз ряду середньомісячних значень сонячної активності

	Період (роки)	Початкова фаза (роки)	Амплітуда	Вільний член
1-а гармоніка	11,0	1,2	29,11	52,43
2-а гармоніка	10,0	0,4	24,59	0,09
3-я гармоніка	10,6	9,0	18,39	0,05
4-а гармоніка	103,8	10,8	15,54	-1,33
5-а гармоніка	11,8	5,3	15,46	-0,15

Виникає питання – наскільки адекватно відображають виділені гармоніки приховану динаміку системи? Якщо виділені гармоніки є проявом внутрісистемної динаміки, вилучення їх повинно робити ряд більш хаотичним, тобто зменшувати значення показника Херста. В результаті виконаного R/S-аналізу нами отримані наступні значення показника Херста: початковий ряд: $H = 0{,}77$; ряд перших залишків, утворений після вилучення першої гармоніки: $H = 0{,}82$; ряд других залишків: $H = 0{,}85$. Оскільки виділення перших гармонік не зменшує показник Херста, то немає підстав твердити, що полігармонічна модель (1) з параметрами табл. 1 адекватно моделює детерміновану складову ряду. Причина може полягати у значній зашумленості початкового ряду.

Згладжування часових рядів

Кожен часовий ряд, який генерується природною чи економічною системою, є значною мірою «зашумленим» стохастичними збуреннями. Для виявлення прихованої динаміки слід перш за все згладити часовий ряд, тобто відфільтрувати високочастотні шуми. Ефективне фільтрування підсилює основний «сигнал» і приглушує «шум». Для досягнення такого ефекту необхідно, щоб фільтр був узгодженим із сигналом [7]. Це означає, що його ефективна ширина повинна бути близькою до ширини піків та впадин сигналу. Оскільки ми не знаємо форми справжнього сигналу, то будемо підбирати ширину згладжуючого вікна з деяких додаткових міркувань. По-перше, значення ширини повинно перевищувати 12 (кількість місяців у році). По-друге, відфільтрований ряд повинен володіти властивістю зменшення коефіцієнта Херста після виділення перших гармонік. По-третє, якщо ми хочемо отримати докази присутності динамічного хаосу, необхідно виконання умови насичення кореляційної розмірності.

Одним з найбільш поширених методів фільтрування сигналу є метод віконного перетворення Фур'є [8]. Для покращення частотної характеристики фільтра використовують зважуючі коефіцієнти, які плавно зменшують до нуля досліджуваний сигнал на краях вікна. Якщо вважати, що сторонні шуми є гауссовим випадковим процесом, то оптимальною формою зважуючого вікна буде гауссіан. Ядром згортки виступає функція

$$K(x,w)=\exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right). \tag{3}$$

Тут x – елементи ряду сонячної активності, σ – параметр, що визначає ширину вікна. Чим більша ширина гауссової кривої, тим сильнішим буде ефект згладжування. Повна ширина зважуючого вікна визначається співвідношенням [8]

$$w_z=2w=2\sigma\cdot\sqrt{8\lg(2)}. \tag{4}$$

Алгоритм фільтрування складається з наступних кроків:

1. Перетворення Фур'є початкового ряду.
2. Перетворення Фур'є ядра згортки.
3. Множення отриманих перетворень.
4. Обернене Фур'є-перетворення добутку.

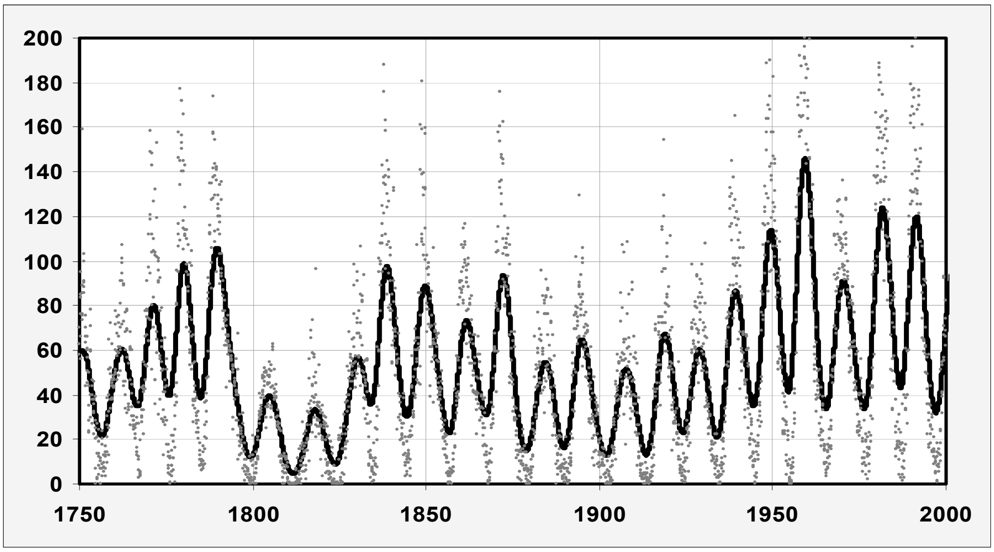


Рисунок 1 – Середньомісячні кількості сонячних плям
(початкові дані – точки; згладжені дані ($w=33$) – товста лінія)

Розрахунки були виконані нами з використанням пакету Mathematica 4.1. Ми вибрали параметр ширини вікна $w = 33$, що вдвічі перевищує значення, вибране авторами роботи [3]. Це значення було визначене нами як оптимальне після ряду комп'ютерних експериментів. Наш вибір буде обґрунтований в наступних викладках. Зараз відмітимо лише те, що повна ширина зважуючого вікна (66 точок) дорівнює половині довжини основного сонячного циклу (11*12 = 132). Вигляд згладженого ряду представлений на рис. 1.

Побудова фазового портрета системи

Наступним етапом нашої роботи є дослідження відфільтрованого ряду з метою виявлення поведінки, характерної для хаотичної динаміки. Для цього необхідно виконати побудову фазового портрета системи та обчислити кореляційну розмірність d. Першим кроком у дослідженні динамічних характеристик скалярного часового ряду є реконструкція D-вимірного фазового простору «методом затримок» [9]. Необхідно встановити мінімальну розмірність простору вкладення D, яка забезпечить топологічно адекватне відображення фазового портрета системи (фазова траєкторія не повинна мати самоперетинів). Для визначення розмірності вкладення використовується метод «фальшивих сусідів» [10]. Необхідно збільшувати розмірність фазового простору до тих пір, поки середня відстань між векторами – найближчими сусідами – перестане змінюватися. Результати наших досліджень розмірності вкладення представлені на рис. 2. Значення параметра затримки $\tau = 30$ є близьким до значень, використаних в роботі [3].

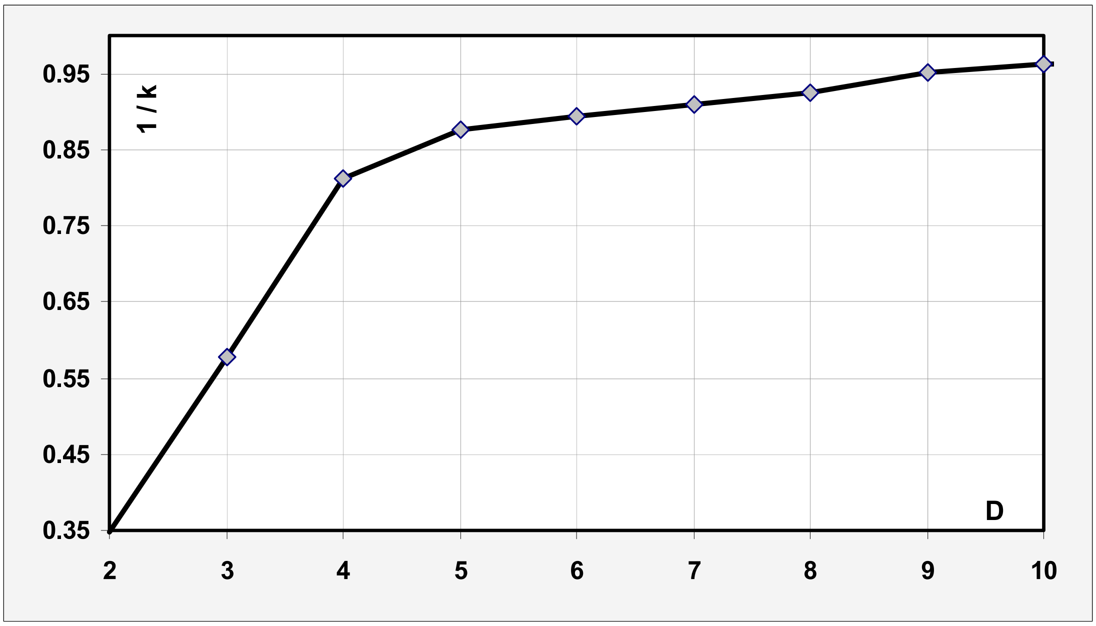


Рисунок 2 – Залежність відносної зміни середньої відстані між сусідніми точками k від розмірності фазового простору D. Час затримки (в місяцях) $\tau = 30$

Як видно з рисунка, насичення наступає при $D = 4 - 5$. Проте, враховуючи той факт, що згладжування не усуває всі шумові ефекти, можна стверджувати, що фактичне значення розмірності вкладення $D = 3$. Аналогічні результати отримані в роботі [3] при значенні згладжуючого параметра $w = 15$.

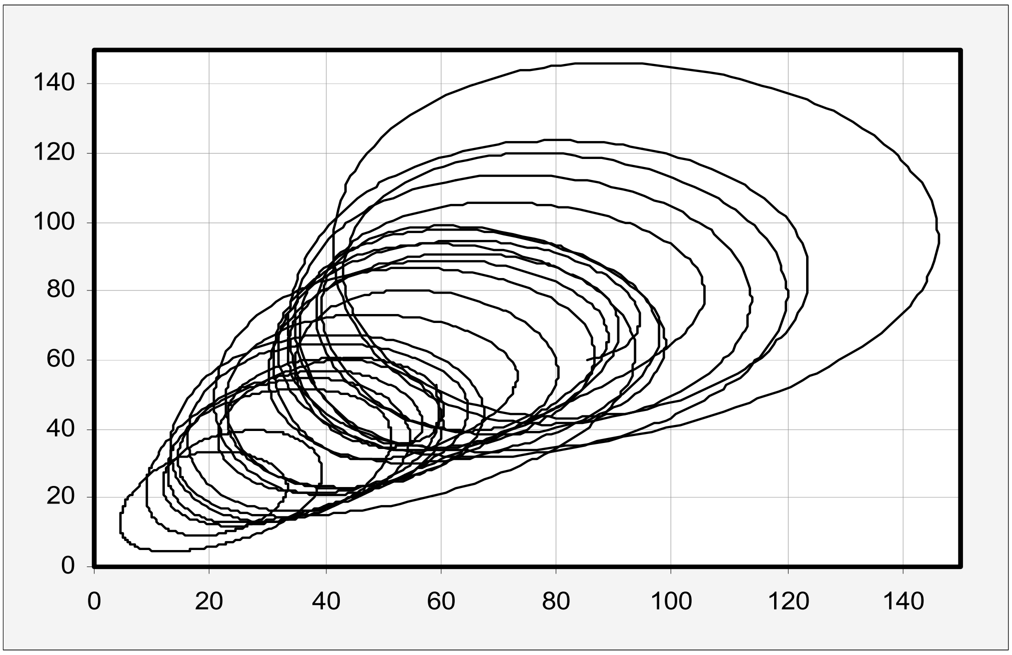


Рисунок 3 – Проекція фазового портрета, отриманого з використанням параметрів $w = 33$, $\tau = 30$

Фазовий портрет, який відповідає параметрам $w = 33$, $\tau = 30$, зображений на рис. 3. Згладжування з вилученням високочастотних флуктуацій допомагає відновити приховану динаміку системи. Не виключено, звичайно, що згладжування може видалити частину оригінальної динаміки, але зрозуміло, що ця процедура не може привнести елементи нелінійної динаміки у згладжені дані.

Комплексний аналіз згладженого часового ряду

Виконаємо комплексний аналіз згладженого ряду середньомісячних значень сонячної активності, яке включає гармонічний аналіз та R/S-аналіз. Результати гармонічного аналізу наведені у табл. 2.

Таблиця 2 – Гармонічний аналіз згладженого ряду ($w = 33$) середньомісячних значень сонячної активності

	Період (роки)	Початкова фаза (роки)	Амплітуда	Вільний член
1-а гармоніка	11,0	1,2	17,36	52,43
2-а гармоніка	104,0	10,8	15,15	0,09
3-я гармоніка	10,6	9,0	13,62	0,05
4-а гармоніка	53,1	36,7	11,42	-1,33
5-а гармоніка	10,1	9,2	10,41	-0,15

Результати виконаного нами R/S-аналізу є наступні. Початковий ряд: $H = 0{,}82$; ряд перших залишків: $H = 0{,}76$; ряд других залишків: $H = 0{,}66$; ряд третіх залишків: $H = 0{,}66$. Як бачимо, згладжування підвищило значення показника Херста (від 0,77 до 0,82), що свідчить про ефективне видалення високочастотних флуктуацій. Виділення перших двох гармонік із згладженого ряду монотонно знижує показник Херста до 0,66, що є свідченням адекватності полігармонічної моделі для згладжених даних. Все це підтверджує правильний вибір параметрів нашої моделі.

Отже, для ефективного моделювання та прогнозування динаміки сонячної активності необхідно застосувати полігармонічну модель виду (1) із параметрами, наведеними у табл. 2. Крім 11-річного циклу найбільш помітними циклами сонячної активності є цикли з періодами 104 та 10,6 року. Щодо останнього циклу, то він може бути результатом накладання двох гармонік з періодами 11,0 років та 10,1 року.

Застосування комбінації гармонічного та R/S-аналізу до згладженого ряду середньомісячних значень сонячної активності, використаного в роботі [3] ($w = 15$), дало наступні результати. Початковий ряд: $H = 0{,}73$; ряд перших залишків: $H = 0{,}79$; ряд других залишків: $H = 0{,}81$; ряд третіх залишків: $H = 0{,}83$. Зростання показника Херста свідчить про недостатнє фільтрування шумів при півширині вікна $w = 15$.

Визначення кореляційної розмірності

Для випадкових процесів залежність кореляційної розмірності від розмірності простору вкладення D є монотонно зростаючою [11]. Насичення залежності $d(D)$ є першою ознакою динамічної поведінки системи. Для визначення d зазвичай використовують процедуру Грассбергера – Прокаччі [12]. В основі процедури визначення кореляційної розмірності лежить поняття кореляційного інтеграла $C_D(r)$:

$$C_D(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^{N} \Theta(r - |y_i - y_j|). \tag{5}$$

Тут $\Theta(r)$ – функція Хевісайда: $\Theta(r) = 1$, якщо $r > 0$; $\Theta(r) = 0$, якщо $r \le 0$. При малих r кореляційний інтеграл має вигляд [10]

$$C_D(r) = Ar^d \tag{6}$$

або, після логарифмування,

$$\ln C_D(r) = \ln A + d \ln r. \tag{7}$$

Згідно із рівнянням (7) на графіку залежності $\ln(C_D)$ від $\ln r$ повинна бути прямолінійна ділянка, яка є свідченням самоподібної геометрії фазової траєкторії системи. Будемо збільшувати розмірність простору вкладення D. Починаючи з деякого значення D показник степеня d перестає змінюватися (в межах похибки обчислень). Тоді остаточне значення кореляційної розмірності d визначають із графіка як середнє значення нахилу прямолінійної ділянки графіка, який відповідає даній розмірності вкладення D, при якій наступає насичення. Похибка визначається як різниця між максимальним та мінімальним значеннями нахилу прямолінійної ділянки.

Застосувавши процедуру Грассбергера – Прокаччі до згладженого ряду середньомісячних значень сонячної активності ($w = 33$), ми отримали значення кореляційної розмірності $d = 2{,}16 \pm 0{,}05$. Насичення залежності $d(D)$ наступає вже при розмірності вкладення $D = 3 - 4$ і це є свідченням динамічного характеру системи. Зауважимо, що для добре вивченої системи Лоренца [13], розмірність вкладення якої дорівнює трьом, значення кореляційної розмірності становить $d = 2{,}06$. Тому логічним буде припустити, що розмірність вкладення для системи сонячної активності також дорівнює трьом, що підтверджує висновки, отримані вище методом «фальшивих сусідів», і співпадає з результатами роботи [3].

Висновки

Нами виконаний комплексний аналіз динаміки сонячної активності, відображеної часовим рядом чисел Вольфа. Розроблена оптимізована процедура згладжування часового ряду, яка ефективно видаляє високочастотні шуми. Оптимальна ширина

згладжуючого вікна визначається за результатами послідовного застосування гармонічного аналізу та R/S-аналізу до початкового часового ряду. Запропонована феноменологічна полігармонічна модель сонячної активності, адекватність якої підтверджена результатами R/S-аналізу.

Дослідження згладженого ряду методами хаотичної динаміки привели до наступних висновків:

1. Швидке насичення залежності $d(D)$ свідчить про динамічний характер системи.
2. Розмірність вкладення системи $D = 3$.
3. Кореляційна розмірність $d = 2{,}16 \pm 0{,}05$.

Література

1. http://capnbob.us/blog/?p=610 Cap'n Bob & the Damsel. Correlating Sunspots to Global Climate.
2. Режим доступу: www.ngdc.noaa.gov
3. Letellier C., Aguirre L.A., Maquet J., Gilmore R. Evidence for low dimensional chaos in the sunspot cycles // Astronomy & Astrophysics. – 2005. – November 23.
4. Hrytsyuk P.M. The solar activity research by methods of chaotic dynamics // The Second International Conference "Nonlinear Dynamics – 2007". Book of Abstracts. – Kharkov. – 2007. – P. 42.
5. Hurst H.E. Long-term Storage of Reservoirs // Transactions of American Society of Civil Engineers. – 1951. – 116. – P. 770-799.
6. Грицюк П.М. Дослідження циклічності природних процесів методом полігармонічного аналізу // Штучний інтелект. – 2006. – № 2. – С. 294-297.
7. Граничин О.Н. Введение в методы стохастической оптимизации и оценивания. – СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2003.
8. Режим доступу: http://imaging.mrc-cbu.cam.ac.uk/imaging//PrinciplesSmoothing
9. Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D. & Shaw R.S. Geometry from a time series. Physical Review Letters. – 1980. – № 45 (9). – P. 712-716.
10. Cao L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series // Physica D. – 1997. – 110 (1 & 2). – P. 43-52.
11. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
12. Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors // Physica D. – 1983. – № 9. – P. 189-208.
13. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmos. Sci. – 1963. – № 20. – P. 130-141.

П.М. Грицюк

Комплексный анализ динамики солнечной активности

Проведен комплексный анализ временного ряда усредненных месячных значений солнечной активности, который включает гармонический анализ, R/S-анализ, анализ методами хаотической динамики и оптимизированное фильтрование ряда с использованием дискретного преобразования Фурье. В результате была выделена детерминированная составляющая ряда в виде полигармонической модели.

Petro M. Hrytsyuk

Complex Analysis of Solar Activity Dynamics

The complex analysis of the time series of the solar activity monthly average values including the harmonical analysis, R/S analysis, the analysis by chaotic dynamics methods and the optimized filtering with used discrete Fourier transform was carried out. As a result the time series determined component as a polyharmonical model was extracted.

Стаття надійшла до редакції 23.11.2007.